

Audiográficos: implementación y evaluación de un programa informático para el aprendizaje de la interpretación y representación matemática de coordenadas a través de la música y el sonido

AudioGraphics: Implementation and Evaluation of a Computer Program for the learning of Mathematical Interpretation and Representation of Two-Axis Graphics through Music and Sound

Alicia Venegas
Mestrado en Enz. de la Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro, Brasil
aliciavenegasth@gmail.com

Jesús Tejada
Universidad de Valencia
Valencia, España
jesus.tejada@uv.es

Rodrigo Cádiz
Patricio de la Cuadra
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile
pcuadra@uc.cl
rcadiz@uc.cl

Tomás Thayer
Alberto Lecaros
Mirko Petrovich
U. Metrop.de CC. de la Educación
Santiago, Chile
tomasthayer@gmail.com
alberto.lecaros@gmail.com
mirko.petrovich@gmail.com

Recibido: 1-6-2013 Aceptado: 20-11-2013

Resumen

En este artículo se presenta el diseño, desarrollo y evaluación de una solución modular informática denominada AudioGráficos, parte de un proyecto de mayor alcance denominado Picalab: MMSI (Laboratorio Virtual para el Programa de Innovación en Ciencias y Arte). Este programa proporciona actividades que relacionan las matemáticas con la música y el sonido. Su objetivo es el de favorecer los procesos de aprendizaje de representación matemática a través de actividades en las que el alumnado tiene que realizar gráficos de ejes de coordenadas que describen la variación de la frecuencia del sonido en el tiempo (patrones de altura). AudioGráficos ha sido diseñado para su uso en los niveles tercero cuarto y quinto de Ed. Primaria en el sistema educativo de Chile. Para la realización del programa, se siguió una metodología en tres etapas; 1) generación de metáforas significativas que vinculan la representación de coordenadas y el sonido; 2) desarrollo de un prototipo funcional con una guía didáctica, sometido a proceso de evaluación de usabilidad; 3) evaluación del programa por parte de profesores y alumnos (esta última mostrada en este artículo). Los resultados de valoración del alumnado (N=67) en 3 centros prioritarios chilenos muestran una excelente recepción del programa. Las dimensiones de evaluación –aprendizaje matemático, aprendizaje musical, global, técnica- han mostrado altas puntuaciones. Asimismo, muestra un excelente balance emocional positivo: el alumnado sintió más emociones positivas que negativas en el trabajo con el programa. Esto constituye un indicador de validación respecto a las dimensiones de evaluación reseñadas.

Palabras clave: representación semiótica, representación musical, representación matemática, educación matemática, tecnologías de información y comunicación.

Abstract

In this work, we approach the design, implementation and evaluation of AudioGraphics, a modular computer program intended to provide activities relating mathematics to music and sound. The goal in designing this program was to facilitate mathematic representation learning processes by having pupils draw coordinates on a two-axis graphic representing the variation of sound frequency thru time (pitch patterns). AudioGraphics was designed to pupils aged 9, 10 and 11 in Elementary Chilean Schools. To carry out this work, we followed a three-stages method: 1) generating significative metaphores relating two-axis graphic representations and sound. 2) Development of a functional prototype with a didactic guide, that passed a usability evaluation process. 3) Assessment of AudioGraphics by teachers and pupils (this last shown here). Pupils' results of assesment (N=67) at three Chilean priority centres show an excelent reception of the computer program. Dimensions of evaluation –math learning, music learning, global and technical- have shown high scores. Furthermore, evaluation shows an excelent positive emotional balance: pupils felt more positive emotions than negative ones in working with the program. This could be an indicator of validation in respect of dimensions aforementioned.

Keywords: semiotic representation, musical representations, mathematical representations, mathematical education, ICT.

1. Introducción

1.1 Educación musical y aprendizaje matemático

Las matemáticas y la música utilizan números, patrones y relaciones entre objetos. Este simple hecho podría llevar a pensar en la existencia de una conexión entre ambas disciplinas, por tanto que la educación musical pudiera ser un factor para mejorar la comprensión de las matemáticas y viceversa. Un buen número de trabajos han investigado este tema desde perspectivas cuantitativas y/o cualitativas, habiendo encontrado efectos positivos de la música sobre el rendimiento matemático, mientras, unos cuantos no han hallado evidencias que los corroboren.

Sin embargo, los efectos positivos sí son determinantes cuando se trata de una formación en música a largo plazo. Cheek y Smith (1999) observaron que en alumnos de octavo grado que recibieron lecciones particulares de música por más de dos años, tuvieron rendimientos significativamente mejores en el ITBS (Iowa Test of Basic Skills) de matemática en comparación a alumnos que no. Además, esta diferencia es aún mayor, al ser comparada con aquellos que tuvieron lecciones privadas de piano. Un resultado similar obtuvo Boyd (2013) al analizar el rendimiento en matemática en el CRCT (Criterion-Referenced Competency Test – Georgia) de alumnos de sexto, séptimo y octavo grado del sistema educativo estadounidense. El resultado mostró que cuando los alumnos participan en música por tres años o más, los resultados en matemática aumenta significativamente. Otros estudios asociados al impacto de la formación musical en el aprendizaje de la matemática, mostró que alumnos que recibieron clases intensivas de música – más clases de música que las consideradas en el currículum escolar – alcanzaron mejores resultados en test estandarizados en el área de matemática (Beery, 2003; Cardarelli, 2003).

Más allá de los resultados en diferentes evaluaciones de gran escala, se ha observado que el uso de música en la formación de los niños permite mejorar su razonamiento espacio-temporal (Beery, 2003; Whitehead, 2001), que para muchos científicos, es considerado crucial para el desarrollo de habilidades cognitivas. (Shaw y Rauscher, 1994, citado en Whitehead, 2001).

La formación escolar de niñas y niños ha mantenido su foco en el desarrollo de las habilidades de lectura y escritura así como de matemática, muchas veces en desmedro de otras áreas, entre ellas la música. En ese aspecto, algunos investigadores han desarrollado estrategias de enseñanza para incorporar la música en el estudio de la matemática, incluyendo el desarrollo de software en el área (Bamberger y Disessa, 2003), de actividades utilizando elementos musicales como una forma alternativa de representar conceptos matemáticos, y viceversa, el uso de letras y números para representar tonos y ritmos, o transformaciones melódicas y de la voz (An, 2012; Cachafeiro, 1989; Rudd, 2000).

En general, las investigaciones muestran que los beneficios de la música en la matemática no sólo es posible asociarlos a la motivación y la contextualización de problemas matemáticos, sino también al desarrollo de habilidades cognitivas, como el razonamiento

espacio-temporal y al desarrollo cognitivo general. Son razones más que suficientes para continuar las investigaciones sobre esta relación estratégica en todos los niveles de la formación escolar.

1.2 Los registros de representación semiótica

Según Duval (2006), la actividad matemática es llevada a cabo necesariamente en un “contexto de representación”. Los objetos que son estudiados por la matemática, no se encuentran disponibles en el mundo tangible para ser manipulados y explorados, y la única forma para acceder a ellos es utilizando algún registro de representación semiótica. En otras palabras, su naturaleza abstracta implica que toda actividad matemática, así como su aprendizaje, está mediado por las representaciones semióticas de los objetos matemáticos. Por ejemplo, el acceso a los números sólo es posible utilizando algún sistema que permita designarlo; los números naturales pueden ser representados por materiales concretos como palitos u otro recurso contable, o por figuras poligonales u ordenamiento de puntos, o bien, a través de su representación dada por un sistema decimal de numeración (Duval, 2006).

Entre los registros de representación podemos mencionar el lenguaje natural y la construcción de figuras geométricas en el plano y el espacio. Estos registros se caracterizan en que el tratamiento de sus representaciones no es algoritmizable, diferente de otros registros como el sistema de numeración y las expresiones algebraicas y los registros gráficos, como el plano cartesiano y los diferentes sistemas de coordenadas y los gráficos estadísticos (Duval, 2003).

Entendiendo la necesidad utilizar una representación semiótica para acceder a un objeto matemático, es necesario diferenciar objeto de representación. Esta distinción no es menor. Una representación ofrece determinadas características del objeto en estudio que por medio de otra no es posible acceder. Por lo tanto, para tener un conocimiento acabado de un objeto matemático, es necesario abordarlo a través de diferentes representaciones semióticas. Para Duval (2006), lo más importante en la enseñanza de la matemática es que los estudiantes sean capaces de relacionar muchas maneras de representar los contenidos matemáticos. De acuerdo con lo anterior, toda actividad matemática se sustenta en la capacidad para manejarse tanto dentro de un registro semiótico, así como de poder transitar de un registro a otro. Esto es lo que Duval (2003) denomina habilidades de *transformación*.

Existen dos tipos de transformación: el *tratamiento* y la *conversión*. El tratamiento es una transformación que ocurre dentro del mismo registro semiótico, y la conversión, por otra parte, es la transformación del objeto matemático de un registro semiótico a otro diferente. La mayoría de los estudiantes se detiene en este umbral de conversión de representación, no siendo capaces de reconocer el mismo objeto matemático a través de dos representaciones diferentes (Duval, 2006). Así, en el proceso de enseñanza de la matemática, es necesario ofrecer a los alumnos diferentes instancias en las cuales se tomen decisiones sobre cuál es el mejor registro para resolver un determinado problema y, para ello, deben manejar las reglas de tratamiento de cada registro y ser capaces de ir y venir de un registro semiótico a otro.

El uso de problemas y contexto que podríamos denominar “reales” y de otras áreas de la ciencia es una importante herramienta en la enseñanza de la matemática. Tanto el currículo de educación matemática en Chile (Ministerio de Educación de Chile, 2009; 2011) como diversos investigadores y profesores de aula resaltan la importancia de incorporar este tipo de situaciones. Por una parte, la inclusión de problemas prácticos le da un sentido y significado al aprendizaje de la matemática. Además, hace que los estudiantes apliquen su experiencia física y diaria junto con sus propias representaciones mentales de los objetos matemáticos en estudio. Para Duval (2006), este trabajo ayuda a los alumnos en la comprensión de los conceptos matemáticos y da un mayor sentido a las representaciones semióticas de los mismos. En el siguiente apartado, continuaremos el análisis de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática bajo la teoría de los registros semióticos, centrándonos en los registros gráficos, que son el foco de esta investigación.

1.3 La interpretación global y local de gráficos

El dominio en el uso de un registro gráfico, así como de cualquier otro tipo de registro, incluye la capacidad para ir de un registro gráfico a otro no gráfico y viceversa. Sin embargo, esa conversión no es una simple codificación. El plano cartesiano consiste en una asociación entre puntos y pares ordenados, pero esa codificación no sería suficiente para discriminar la expresión algebraica correspondiente a una gráfica dada. Para ello, es necesaria una *interpretación global* (reconocimiento cualitativo), es decir, que el alumno sea capaz de identificar características visuales que se corresponden con las características de la ecuación algebraica. En contraposición, *una interpretación local*, se centra en puntos o intervalos específicos de la gráfica – intersecciones como los ejes coordenados, intervalos para los cuales la expresión es positiva o negativa –. Si bien, ambos tipos de interpretación son relevantes, los programas de estudio ponen mayor énfasis en este último tipo de interpretación, en desmedro de un trabajo cualitativo (Benitez, 2010).

Una actividad que puede servir de ejemplo para el desarrollo de habilidades de interpretación global es la propuesta por Alayo (1989). La pregunta era simple y dejaba espacio para más de una respuesta ¿Qué deporte producirá una gráfica como ésta?

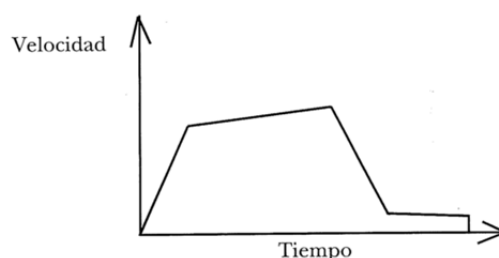


Fig. 1 ¿Qué deporte producirá una gráfica como ésta?

Junto con la pregunta, se entregaba una lista de deportes que incluía diferentes tipos de saltos, lanzamientos, carreras, incluso pesca y billar. Lo más importante de esta actividad era la justificativa entregada por los alumnos, que decía mucho sobre la forma en que interpretaban la

información entregada en el gráfico. La respuesta que más se repitió fue que la gráfica correspondía a algún tipo de deporte de salto, debido a la forma del gráfico. Con ello, Alayo concluye que los alumnos están considerando la gráfica como un dibujo de la situación y no reconocen lo que realmente está graficado ahí: la velocidad.

Por otra parte, también existen investigaciones que revelan la existencia de competencias de meta-representación en los niños (Disessa, Hammer, Sherin y Kolpakowski, 1991). En un estudio sobre representaciones estáticas de movimientos físicos, los alumnos mostraron habilidades para interpretar y representar movimientos utilizando formas de representación que ellos mismos habían inventado. Eran capaces de discriminar si una representación era buena o no, realizaban críticas y mejoraban las representaciones utilizadas. Sin embargo, la misma investigación reveló que los alumnos aún tienen mucho que aprender. sobre representaciones gráficas, por ejemplo, para los alumnos era mucho más fácil graficar variaciones de velocidad que de distancia en función del tiempo.

La conversión a un registro gráfico no necesariamente se realiza a partir de un registro algebraico. La representación de fenómenos físicos observados, la recolección de datos empíricos, la observación de patrones de comportamiento en los resultados de un experimento, son fuentes de datos que también son convertidos a representaciones gráficas.

A finales de la década de los ochenta, un grupo de profesores y alumnos de Cangas Morrazo, España, realizaron una recopilación de experiencias en lo que se llamó Interdisciplinariedad de la Percepción (Cachafeiro, 1989). Uno de los experimentos, denominado “ver la voz”, consistía en utilizar un osciloscopio y un micrófono para obtener la gráfica generada por las ondas sonoras de la voz. En la experiencia, cada alumno grababa su propia voz y luego era graficada utilizando el osciloscopio. La actividad consistía en realizar modificaciones a la voz en su frecuencia, intensidad y timbre, y que el alumno reconociera cómo estas alteraciones se reflejaban en el gráfico de la voz. Cachafeiro (1997) retomó posteriormente esta experiencia para el estudio de las funciones periódicas; a partir de las variaciones generadas en el gráfico de la voz, fue analizada la suma de funciones, multiplicación por un escalar y las alteraciones en el periodo de la función.

El uso de registros gráficos no es exclusivo del estudio de funciones. Otras ramas de la matemática que también hacen importante uso de este registro visual son la estadística y las probabilidades. En todas las áreas de investigación, la recolección de datos tiene por objetivo extraer información que permita reconocer patrones de comportamiento y tendencias, y así, poder aprender de ellos. Durante ese proceso, se debe tomar en consideración el tipo de datos (cualitativos y cuantitativos) y los objetivos de la investigación; para ello, la estadística ofrece diversas técnicas y modelos que permiten recolectar, organizar, representar, describir e interpretar conjuntos de datos provenientes de fenómenos en los cuales el azar está involucrado (Saavedra, 2005).

En este contexto, el proceso de conversión no se realiza desde un registro algebraico para un registro gráfico, se trata de datos recopilados empíricamente, en diferentes campos de las ciencias y la realidad. Por ejemplo, en libros de probabilidades para la educación superior (James, 2009; Saavedra, 2005) observamos el uso de gráfico de línea en el análisis de las frecuencias relativas asociadas a un experimento aleatorio a la luz de la Ley de los Grandes

Números. Sin ir más lejos, el uso de histogramas y gráficos de barra en la enseñanza media (Ministerio de Educación de Chile, 2009) requiere de una interpretación global para identificar el modelo probabilístico que sustenta el experimento.

1.4 El uso de tecnología y los registros gráficos

Para Arcavi y Hadas (2000), el sólo hecho de que existan computadores implica el desafío para investigadores y profesores en el área de matemática de generar actividades que promuevan el aprendizaje a través de la investigación matemática, además de otorgarle un sentido a esta. Según estos autores, los entornos computacionales dinámicos permiten a los estudiantes jugar e investigar cuando son incorporados en el proceso de aprendizaje de la matemática y son de importante apoyo en el proceso de visualización. Hershkowitz (1989; citado en Arcavi y Hadas, 2000) define visualización como la habilidad de representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar a través de información visual. El uso de entornos dinámicos apoya el desarrollo de esas habilidades, siempre que sean combinados con actividades que inviten a la exploración por parte de los alumnos. Además, el uso de tecnologías de información y comunicación (TIC) genera mayor motivación en los alumnos: en clases apoyadas por recursos digitales, los estudiantes reportaron altos niveles de desafío y placer (Shernoff, *et al.*, 2003) en comparación a una clase tradicional y sin uso de tecnología.

Pese a todo, las TIC en la educación matemática no son un recurso tan recurrente como se podría desear. En un estudio realizado por Araya y Dartell (2008), se analizaron más de 700 grabaciones de aulas de matemáticas. Estas grabaciones fueron realizadas por los profesores participantes del Proceso de Evaluación Docente llevado a cabo en Chile en el año 2005, donde la grabación de una clase de 45 minutos, junto con su planificación, era uno de los instrumentos utilizados para evaluar el desempeño profesional del profesor. Durante el análisis de ese material, pudieron observar que en ninguna aula de matemática se hizo uso de TIC. La total ausencia de este tipo de recurso podría estar justificada en que, al tratarse de un proceso evaluativo, los profesores no se sentían suficientemente seguros como para usar tecnología en su clase demostrativa. Si eso fuera así, podría existir algún uso de este recurso en clases de matemática, al margen de que los profesores no se sientan cómodos cuando usan tecnología, que también es un problema si se desea aumentar su uso para la enseñanza de la matemática.

Por otra parte, se podría argumentar que el nulo y poco uso de TIC no necesariamente impide el desarrollo de otras habilidades como las señaladas anteriormente por Arcavi y Hadas. Sin embargo, el citado análisis de las grabaciones de aula muestra que el tiempo de participación de los alumnos en clases es considerablemente bajo y donde la formulación de preguntas de tipo matemático por parte de los alumnos llega a ser de sólo una pregunta por clase. Los autores de esta investigación defienden que el uso de TIC conlleva que el profesor deba atender otras tareas, como la supervisión directa del trabajo de los alumnos, al mismo tiempo que dirigir la clase y realizar preguntas de índole matemática a sus estudiantes.

El uso de TIC en el proceso de enseñanza de la matemática, también tienen un impacto en el estudio de los registros gráficos. El desarrollo de tecnologías con la capacidad de graficar, - que van desde calculadoras hasta computadores, tablets y teléfonos celulares- , impulsaron el

estudio sobre el rol que juegan las diferentes representaciones de un concepto durante su construcción (Hitt, 2003). El proceso de tratamiento de una representación semiótica puede ser resuelto por medio de calculadoras y computadores; la conversión de un registro de representación a otro es inmediata y las representaciones pueden ser modificadas en tiempo real.

En el caso de las representaciones gráficas, las nuevas tecnologías ofrecen la oportunidad de centrar las actividades matemáticas en la interpretación, sea esta global o local. Existen algunos estudios que muestran el poco uso que hacen tanto alumnos como profesores de las representaciones geométricas y gráficas en la resolución de problemas priorizando un trabajo más algebraico (Hitt, 2003). Sin embargo, ambas representaciones son complementarias y pueden ayudar a la observación de errores en el razonamiento. Por ejemplo, es posible ver alumnos resolver la ecuación $(x - 1)^2 = (x + 1)^2$ realizando procedimientos algebraicos y llegar a la conclusión que $1 = -1$, por lo que la ecuación anterior no tendría solución (Hitt, 2003). Sin embargo, si se realiza el gráfico de las funciones involucradas en la expresión ayudaría a evidenciar el error y entender cuál es el error de tratamiento realizado.

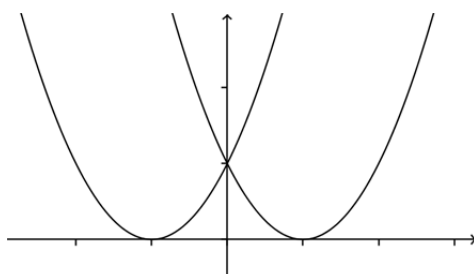


Fig. 2: Gráfico de las funciones $(x - 1)^2$ y $(x + 1)^2$.

1.5 La representación paramétrica en AudioGráficos

Tradicionalmente, el sonido se compone de cuatro parámetros: amplitud, período, fase y forma de onda. De estos parámetros acústicos se derivan estos otros conceptos más psicológicos: *Altura*, *intensidad*, *timbre* y *duración*. Para explicar los parámetros de altura, intensidad y duración, se comparan las vibraciones de una fuente sonora con un péndulo oscilante (fig. 3).

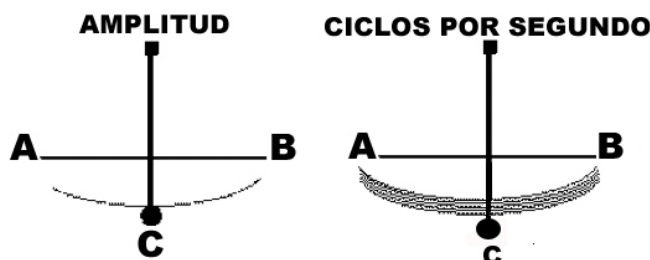


Fig. 3: Movimiento oscilatorio de un péndulo ejemplificando la amplitud y la frecuencia de vibración.

Un cuerpo C al ser puesto en movimiento oscila entre los puntos A y B. En estas oscilaciones hay dos factores de importancia; el primero es la amplitud o distancia entre los puntos A y B; ésta determina la fuerza o intensidad del sonido: cuanto más grande es el trayecto que recorre C, tanto más intenso es el sonido. El otro factor *es la frecuencia* o la cantidad de oscilaciones en un lapso de tiempo determinado; en el ejemplo, las veces por segundo que el cuerpo C recorre la distancia entre A y B. Cuanto mayor es la frecuencia, más agudo es el sonido. La duración es el lapso de tiempo en que se mantiene en vibración un cuerpo, o sea el tiempo que dura el sonido.

Una representación se produce cuando alguien traduce la sensación sonora a una forma de registro o sistema de notación gráfica que le permite recordar el sonido y, posteriormente, reproducirlo. Cualquier parámetro sonoro –duración, frecuencia, timbre, intensidad– puede representarse mediante un gráfico de coordenadas. Lo habitual es expresar el tiempo en el eje horizontal y el parámetro sonoro en el vertical, de modo que resulte en una línea de frecuencia (o dinámica) que varía con el tiempo. En AudioGráficos se ha representado de manera proporcional la variación de la altura de un sonido en relación al tiempo mediante un gráfico de coordenadas cartesianas donde el eje X (horizontal) representa la *duración o tiempo que se mantiene sonando la fuente sonora* y el eje Y (vertical) representa la altura o frecuencia del sonido. Dado que un sonido no es un fenómeno estático, su representación temporal permite establecer las variaciones de frecuencia en un período de tiempo, que en nuestro caso es de 6 segundos. A la línea imaginaria que une los puntos de máxima frecuencia en el tiempo se le ha denominado *Envolvente*. Existen varios tipos de envolventes temporales dependiendo de la variable que se esté midiendo en el eje Y. Por ejemplo, una envolvente que grafica la relación entre la potencia sonora y el tiempo se considera una envolvente dinámica o ADSR en razón de sus momentos: ataque, decaimiento, sostenimiento, extinción (*attack, decay, sustain, release*; fig. 4).

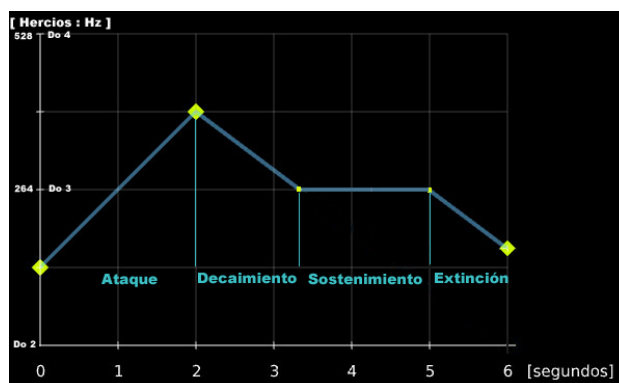


Fig. 4 Envolvente dinámica de un sonido.

2. Metodología

2.1 Diseño e implementación de AudioGráficos

Se diseñó un marco de trabajo para implementar un software que apoyara el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mediante la utilización del sonido y la música como metáforas de conceptos matemáticos abordados en el currículum de matemáticas de la Educación Básica en Chile. Para ello, se realizó un estudio sobre los conceptos matemáticos que mayor dificultad presentan, tanto a los profesores para enseñar como a los alumnos para aprender (Thayer et al., 2012). Estos resultados permitieron priorizar los conceptos matemáticos, entre ellos la representación e interpretación de gráficos de coordenadas, tema tratado en este trabajo. El marco de trabajo aludido primeramente se resume a continuación.

La fase de diseño se realizó con expertos en didáctica de las matemáticas y didáctica de la música. Se llevó a cabo una exposición de ideas que relacionaran música y matemáticas bajo un enfoque interdisciplinar centrado en el aprendizaje de las matemáticas. Posteriormente refinadas, clasificadas y filtradas, estas ideas constituyeron modelos de trabajo o prototipos no funcionales. Cada uno de ellos incluyó un concepto matemático a desarrollar y una metáfora musical o sonora que lo debía apoyar. Después de llevar a cabo una guía de diseño de los modelos y una metodología de prototipado iterativo para la implementación, se desarrollaron cuatro de estos modelos en Pure Data (Puckette, 1996), una plataforma gratuita de programación orientada a objetos; uno de los modelos fue AudioGráficos.

El objetivo de AudioGráficos es facilitar la interpretación y construcción de gráficos de línea representando información de frecuencia sonora (altura) sobre una línea temporal. El alumnado debe escuchar un sonido que varía de frecuencia en el tiempo y debe colocar un único punto en el gráfico para determinar la altura y momento que le corresponde (fig.5). Según la dificultad aumenta –en función de los parámetros de progresión didáctica implementada en el programa- el alumnado debe colocar 2 puntos en el gráfico para patrones ascendentes-descendentes o 3 puntos para patrones sonoros complejos. Todo ello se realiza con barrido de frecuencia, es decir, el material sonoro es un continuum sin puntos concretos de frecuencia que puedan corresponder a sonidos de escalas reconocibles.



Fig.5. Interfaz principal y modos de configuración del programa AudioGráficos.

2.2 Evaluación

La tercera fase del proyecto ha consistido en la evaluación de Audio Gráficos por alumnado de la etapa de Ed. Básica en centros prioritarios¹ de la Región Metropolitana de Santiago (Chile). Asimismo, se realizó una evaluación del software por el profesorado, la cual no se muestra en este trabajo.

2.2.1 Prueba piloto

Previamente a la evaluación de los programas, se realizó una prueba piloto en un centro educativo de la Región Metropolitana de Santiago (colegio El Encuentro). Respondieron 40 estudiantes de 3º, 4º y 5º de Ed. Básica entre 8 y 13 años. La prueba sirvió para refinar el protocolo de evaluación y el instrumento de recogida de datos.

2.2.2 Muestra

La muestra para la evaluación del software fue tomada mediante muestreo no probabilístico (aulas completas) extraídas de la población de centros prioritarios de la comuna de Peñalolén, Región Metropolitana de Santiago, Chile. Estuvo constituida por 67 estudiantes de 3º y 5º cursos de Educación Básica, con edades comprendidas entre 8 y 13 años y que cursaban sus estudios en los centros educativos Tobalaba, Valle Hermoso y Liceo Polivalente A5.

Muestra por Colegio	N	Muestra por Curso	N	Muestra por Género	N
Colegio Tobalaba	11	3º Básico	56	Mujer	26
Colegio Valle Hermoso	29	5º Básico	11	Hombre	41
Liceo Polivalente A-5	27				

Tabla 1. Tipificación de la muestra.

2.2.3 Control de variables

Con el fin de detectar y verificar a posteriori la influencia de otras variables intervinientes en la valoración otorgada por el alumnado, se incluyó en el cuestionario de evaluación una serie de ítems para recoger información sobre potenciales variables de influencia: 1) género, 2) experiencia musical previa (determinada por la participación en clases de música), 3) conocimientos matemáticos extra-académicos (medidos por la realización de

¹ Centros con alumnos en situación de riesgo de exclusión social (con problemas de aprendizaje asociados).

actividades extraescolares relacionadas con las matemáticas), 4) autopercepción de habilidades matemáticas, 5) autopercepción de habilidades musicales, 6) rendimiento en la materia Matemáticas (medido por la calificación obtenida el año anterior), 7) rendimiento en la materia Música (medido por la calificación obtenida el año anterior), 8) autopercepción de habilidades de manejo del computador, 9) frecuencia de uso del computador, 10) usos del computador.

2.2.4 Instrumentos

Para la recogida de datos, el equipo de investigación diseñó un cuestionario que fue validado por expertos en los campos de educación matemática y educación musical. Posteriormente, fue refinado a partir de la prueba piloto mencionada anteriormente. Las preguntas del cuestionario expresadas como afirmaciones con alternativas de respuestas en escala de medición a través de iconos (reactivos), permitieron establecer una serie de niveles que expresaron una actitud positiva o negativa con respecto a algún referente relacionado con las actividades desarrolladas por los distintos estudiantes con AudioGráficos (nivel de confianza del instrumento Alfa de Cronbach= 0,919).

En una primera parte, el cuestionario recogió datos sobre potenciales variables intervinientes (mencionadas más adelante) con el fin de analizar su influencia como covariables de los resultados de evaluación. En relación a la propia evaluación, el cuestionario incluyó diferentes dimensiones, cada una de ellas constituida por un número determinado de ítems: 1) valoración del aprendizaje matemático (ítems 15 a 22); 2) valoración del aprendizaje musical (ítems 23 a 26); 3) valoración técnica del programa (ítems 37 a 41); 4) valoración global (ítems 28 a 31). Cada uno de los ítems fueron afirmaciones en que los estudiantes tuvieron que manifestar el grado de desacuerdo-acuerdo en una escala de 5 puntos.

Además de estas cuatro dimensiones, se incluyó una dimensión emocional, es decir, la autopercepción de las emociones a partir de una lista de control de emociones. Esta lista estuvo constituida por un conjunto de 7 emociones positivas y 7 negativas (no pareadas), las cuales los estudiantes debieron marcar si habían creído sentir las durante el trabajo con el programa (ítem 36). En caso contrario, las dejaron desmarcadas. En el análisis de datos, esta dimensión emocional fue puesta en correlación con el resto de dimensiones de evaluación del programa. Por último, se incluyeron 3 ítems abiertos que pretendían averiguar los elementos matemáticos nuevos aprendidos por el alumnado con el programa (ítem 33), los elementos que más gustaban del programa (ítem 34) y los elementos que menos gustaban (ítem 35).

2.2.5 Materiales

Para la evaluación, fueron utilizados:

- Computadores PC con sistema operativo Windows y diversas configuraciones de hardware de las aulas de computación de los centros donde se llevó a cabo la evaluación.
- Audífonos.
- El programa AudioGráficos.
- Cuestionario de evaluación

2.2.6 Procedimientos

La evaluación se realizó en una sesión de trabajo de 90 minutos. Los alumnos fueron conducidos al aula de ordenadores por el profesor de informática (o de matemáticas) y se sentaron individualmente en sus puestos de trabajo delante del computador. El controlador experimental proporcionó a los alumnos instrucciones referidas a AudioGráficos y a los contenidos matemáticos (guión didáctico) de forma rápida y concisa. Después, los estudiantes se pusieron los audífonos y comenzaron con la primera actividad, la cual fue guiada por una pregunta según la teoría de aprendizaje matemático *Teoría de las Situaciones Didácticas* (Brousseau, 1998). Cuando acabaron esta actividad o pregunta, continuaron con la siguiente actividad o pregunta. A falta de 10 minutos para el final de la sesión, se repartió entre los estudiantes el cuestionario de evaluación y lápices para cumplimentarlo.

Para realizar la evaluación, fueron contratados controladores (relatores) entre alumnos y alumnas de último curso de la licenciatura de Didáctica de la Matemática, a los que se formó para llevar a cabo esta evaluación mediante un curso realizado en su universidad de adscripción (U. Metropolitana de Ciencias de la Educación, Santiago). Los relatores tuvieron preparada el aula de computadores antes de que entrara el alumnado que evaluaría AudioGráficos.

Como se mencionó anteriormente, los relatores impartieron al alumnado una pequeña introducción al programa y a los contenidos matemáticos que abordó el programa, además de exponer las preguntas didácticas que guiarían la exploración del programa y permitirían obtener datos para la evaluación. También se encargaron de resolver los problemas que tuvieron los estudiantes mientras estaban trabajando con los programas (aprendizaje matemático, manejo del programa, problemas relacionados con la música, cumplimentación de los cuestionarios). Durante la sesión de evaluación, los relatores reportaron al equipo de investigación todas estas incidencias en una ficha *ad hoc*.

3. Análisis de datos

Los datos de evaluación fueron procesados con el programa IBM PSSS, determinando para ello un nivel de confianza del 95%, valor habitual en las CC.SS. en estudios similares. No hubo correlaciones significativas entre las potenciales variables de influencia mencionadas en la sección Control de Variables y las diferentes dimensiones de evaluación del programa. A continuación se muestran los resultados de cada una de las dimensiones de evaluación.

3.1 Valoración global

La dimensión global de evaluación estuvo compuesta por los ítems 28 a 31 del cuestionario. El análisis estadístico arroja una media de 3,66, con puntuaciones sesgadas positivas y una dispersión muy discreta, tal como se puede apreciar en la fig. 8.

N	Válidos	67
	Perdidos	0
Media		3,66
Mediana		4,00
Varianza		3,017

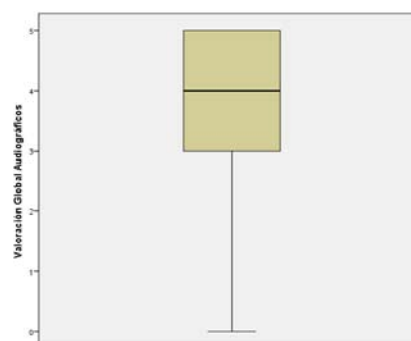


Fig. 8 Valoración global de AudioGráficos por parte del alumnado participante.

3.2 Valoración del aprendizaje matemático

La dimensión de evaluación del aprendizaje matemático estuvo compuesta por los ítems 15 a 22 del cuestionario. El análisis estadístico arroja una media alta (3,91) con puntuaciones sesgadas positivas y poca dispersión de valores (fig.9).

N	Válidos	67
	Perdidos	0
Media		3,91
Mediana		4,00
Varianza		1,083

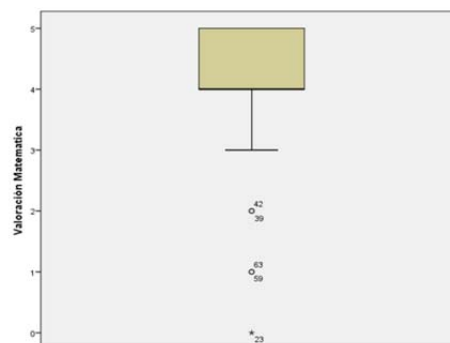


Fig. 9 Valoración del aprendizaje matemático realizado en AudioGráficos según el alumnado.

3.3 Valoración del aprendizaje sonoro y musical

La dimensión de evaluación del aprendizaje musical y sonoro estuvo compuesta por los ítems 23 al 26 del cuestionario. La media es alta (4,09) con puntuaciones sesgadas positivas y poca dispersión de valores (fig. 10).

N	Válidos	67
	Perdidos	0
Media		4,09
Mediana		5,00
Varianza		1,810

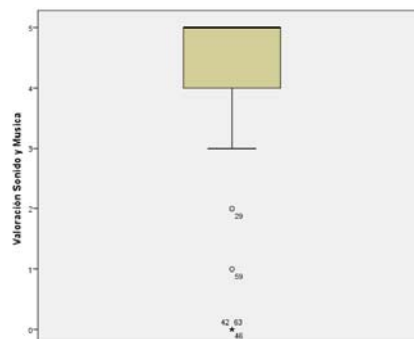


Fig. 10 Valoración del aprendizaje musical y sonoro realizado en AudioGráficos según el alumnado.

3.4 Valoración técnica

La dimensión de evaluación técnica de AudioGráficos estuvo compuesta por los ítems 38 al 41 del cuestionario. La media es normal, con una varianza alta (fig. 11). No obstante, alrededor del 25% de alumnos no respondieron a estos ítems del cuestionario.

N	Válidos	67
	Perdidos	0
Media		3,12
Mediana		4,00
Varianza		4,167

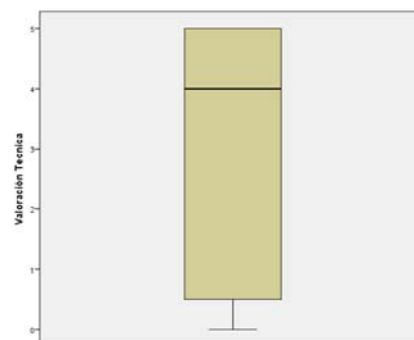


Fig. 11 Valoración técnica de AudioGráficos según el alumnado.

3.5 Valoración del dominio afectivo-emocional

Como se mencionó anteriormente, el *balance emocional* del alumnado (ítem 35 del cuestionario) consistió en una lista de control de 7 emociones positivas y otras 7 negativas (no pareadas, sin escala semántica). Los resultados, detallados en las tablas, muestran que el alumnado sintió mayor número de emociones positivas que negativas, lo que indica una buena evaluación del ámbito afectivo-emocional que ha recibido AudioGráficos. No obstante, alrededor del 25% del alumnado no respondió a este ítem del cuestionario.

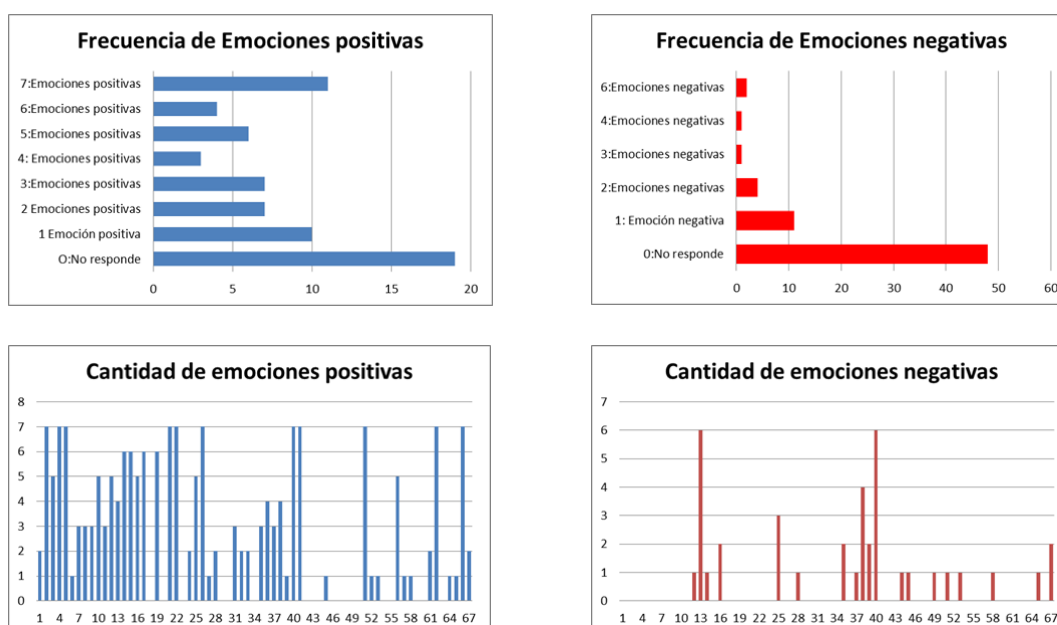


Fig. 12 Frecuencia y cantidad de emociones percibidas por el alumnado durante la evaluación.

De acuerdo a los resultados obtenidos de la correlación de las dimensiones de evaluación y las dos variables de escalamiento de las emociones (+/-), se observa que hay correlación directa estadísticamente significativa en un grado medio de asociación entre las emociones positivas y la evaluación global por un lado (Rho Spearman: 0,373; $p=0,02$), y por otro con la valoración técnica (Rho Spearman: 0,387; $p=0,001$). No se producen correlaciones significativas entre las emociones positivas y el resto de dimensiones de evaluación. Tampoco entre las emociones negativas y las distintas dimensiones evaluativas.

	Rho Spearman	Signif.
Correlación Sentimientos positivos y Valoración Global	0,373	0,02
Correlación Sentimientos Positivos y Valoración Matemática	0,186	0,132
Correlación Sentimientos Positivos y Valoración Música y Sonido	0,201	0,104
Correlación Sentimientos Positivos y Valoración Técnica	0,387	0,001

Tabla 2 Correlaciones entre el nº de emociones positivas y las dimensiones de evaluación de AudioGráficos.

Por otra parte, las anotaciones de los controladores de la evaluación en sus diarios de campo permitió conocer las actitudes del alumnado hacia el programa AudioGráficos. En líneas generales, fueron todas positivas, existiendo motivación por: 1) conocer cómo funcionaba el programa; 2) resolver las preguntas sobre matemáticas formuladas por el controlador. Dichas anotaciones describen un contexto distendido en el que el alumnado preguntó fundamentalmente sobre cuestiones relacionadas con las matemáticas y con el sonido. Apenas hubo preguntas sobre el manejo del programa, de lo cual se podría deducir que el diseño de la interfaz fue lo suficientemente simple y funcional.

4. Conclusiones

Se puede concluir que los alumnos de 3º y 5º de Ed. Básica encuentran positiva la experiencia interdisciplinar de aprendizaje de la matemática a través del sonido mediante el programa AudioGráficos. Los datos muestran una excelente recepción del programa AudioGráficos: todas las dimensiones de evaluación –aprendizaje matemático, aprendizaje musical, global, técnica y afectivo-emocional- han mostrado altas puntuaciones.

Los resultados de la valoración de los ámbitos cognitivo y afectivo-emocional constituyen de facto una triangulación de datos: es lógico pensar que existe una correlación entre la bondad asignada por el alumnado a un mediador didáctico para aprender una determinada materia –en este caso, el programa AudioGráficos- y las emociones positivas sentidas durante su uso. El programa ha propiciado una experiencia emocional variada y ajustada a la lógica de un proceso de aprendizaje. Las acciones necesarias para aprender recogen la incidencia de emociones negativas típicas de un proceso de esfuerzo e incertidumbre ante el aprendizaje con una nueva herramienta. Por ello, es normal la presencia de emociones negativas, tales como estrés, cansancio, preocupación o enfado. No obstante, están mucho más presentes las emociones positivas experimentadas.

Los resultados expuestos permiten concluir que AudioGráficos genera mayores niveles de satisfacción emocional que de insatisfacción, lo que se ve tanto en las distribuciones de las áreas de estas variables como en la correlación con otras dimensiones de evaluación, lo cual da una visión muy positiva de los procesos emocionales y de regulación desarrollados. Por ello, sería conveniente considerar la importancia de incorporar, con distintas posibilidades y variantes metodológicas, el análisis afectivo-emocional como criterio de valoración, complementario con otros, en la producción de material multimedia con funciones educativas en ámbitos formales y no formales de la educación.

Agradecimientos

Este estudio ha sido financiado por el Fondo de Fomento al Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDEF, TIC-EDU, código TE10I010), fondo dependiente de CONICYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología), Gobierno de Chile. Los autores quieren agradecer especialmente a Daniela Bravo, Freddy Chavez, Alexander Conde, Evelyn Herrera, Francisco González, Gabriela Leigh, Paulina López, Roque Rivas, Federico Schumacher, Jaime Tello, Isabel Vargas y Patricio Venegas.

Referencias

- Alayo, F. (1989). Funciones y Gráficos. *Suma*, 4. 39–42.
- An, S. (2012). *The effects of music-mathematics integrated curriculum and instruction on elementary students' mathematics achievement and dispositions*. Tesis doctoral. Texas, USA: A&M University. Recuperado de: <http://search.proquest.com/docview/1035271302?accountid=14777>
- Araya, R. y Dartell, P. (2008). Video Study of Mathematics Teaching in Chile. *Proceedings of the 11th International Conference on Mathematics Education Conference* (México).
- Arcavi, A. y Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. En *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5.25-45.

Bamberger, J. y Disessa, A. (2003). Music as embodied mathematics: a study of a mutually informing affinity. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 05-2003, 8, 123–160. Recuperado de: <http://link.springer.com/article/10.1023%2FB%3A11JCO.0000003872.84260.96>

Beery, E. K. (2003) *Affirming parallel concepts among reading, mathematics, and music through kodaly music instruction*. Tesis doctoral. Iowa, USA: University of Iowa.

Benitez, A. (2010). Estudio numérico de la gráfica para construir su expresión algebraica. El caso de los polinomios de grado 2 y 3. *Educación Matemática*, 22, 1, 5-29. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516662002>

Boyd, J. R. (2013) *The relationship between music participation and mathematics achievement in middle school students*. Tesis doctoral. Virginia, USA: Liberty University.

Cachafeiro, L. y Rodríguez, F. (1997). Medios electrónicos: gráficas y sonido en las funciones periódicas. *Suma*, 25, 91-96.

Cachafeiro, L. (1989). Buscando recursos para el aula. *Suma*, 4, 43-45.

Cardalleri, D. (2003) *The effects of music instrumental training on performance on the reading and mathematics portions of the Florida Comprehensive achievement test for third grade students*. Tesis doctoral. Florida, USA: University of Central Florida.

Cheek, J. M. y Smith, L. R. (1999) Music Training and Mathematics Achievement. *Adolescence*. 34, 13., 759-761.

Disessa, A., Hammer, D., Sherin, B. y Kolpakowski T. (1991). Inventing Graphing: Meta-representational expertise in children. *Journal of Mathematica Behavior*, 10, 117-160.

Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. En Machado, S.(org.) *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Brasil: Papyrus Editora.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 9,1, 143-168.

Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. *Boletín de la asociación matemática Venezolana*, X, 2, 213-223.

James, B. (2009). *Probabilidade: Um Curso em Nível Intermediario* (2ª ed.). Rio de Janeiro: Colección Projeto Euclides.

Ministerio de Educación de Chile (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios. Actualización 2009*. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, MINEDUC.

Ministerio de Educación de Chile (2011). *Fundamentos Bases Curriculares 2011 Educación Básica*. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, MINEDUC.

Rudd, S. (2000). *Music as an exemplar of mathematics: implications for integrating math with music education* Tesis doctoral. Claremont, USA: Claremont Graduate University.

Saavedra, E. (2005). *Contenidos Básicos de Estadística y Probabilidades*. Santiago: Editorial Universidad de Santiago de Chile.

Shernoff, D., Csikszentmihalyi, M., Schneider, B. y Steele E., (2003). Student engagement in high school classroom from the perspective of flow theory. En *School Psychology Quarterly*, 18,2, 158-176. Recuperado de: <http://www.cedu.niu.edu/~shernoff/pdf/shernoff.spq.pdf>

Thayer, T., Tejada, J. Cádiz, R., de la Cuadra, P., Ledermann, R. y Petrovich, M. (2012). An interdisciplinary approach for mathematical education based on musical metaphors. En J. Sánchez (ed) *Memorias del XVII Congreso Internacional de Informática Educativa TISE (5-7 de diciembre, 2012. Santiago, Chile)*. 159-166.

Whitehead, B. (2001). *The effect of music- intensive intervention on mathematics scores of middle and high school students* Tesis doctoral. Minneapolis, USA: Capella University.